# 151. 相對微分幾何學ニ就テ

平川 淳康（東北大）

$n$次元ノspaceニ於ケルspace curve（one parameter）ヲ考ヘル．此ノspaceニ於テ$n-1$次元ノclosed convexed hyper-surfaceヲunit surfaceトシ，相對微分幾何學ヲ考ヘル。今曲線C上ノ点$\mathfrak{y}$ニ於ケル普通ノprincipal normalトEニ於ケルsurface normalトガ一致スル如キ点$x$ヲE上デ對應セシメル。$d\mathfrak{y}$ノ変化ニ對シテ$dx$ナル変化ヲナシ，コノvectorノE上ニ於ケル$n-1$個ノcomponentsヲ考ヘル．之レ等ヲ$d_1x, d_2x, \cdots\cdots, d_{n-1}x$デ表ハス。$x$点ニ於ケルfunction of supporting hyperplaneヲ$q$デ表ハストキ

$$dS=q\sqrt{(d\mathfrak{y})^2}=q\sqrt{(\mathfrak{y})^2}\,dt=ds$$

トオキ，此ノSヲrelative curve lengthトイフ。$ds$ハ普通ノline elementヲ表ハス．parameter $t$ヲ$S$ニトルトキハ

$$\left(\frac{d\mathfrak{y}}{dS}\right)^2=\frac{1}{q^2}$$

ガ成立スル．從ツテ吾々ノ幾何ニ於テハ$\mathfrak{y}$点ニ於テ$\dfrac{1}{q}$ヲunit lengthト考ヘルコトニスル。

$d_ix\ (i=1, 2, \cdots\cdots, n-1)$ノ方向ノE上デノ普通ノ

意味ノ Geodesic curves ヲ考ヘ、夫等ノ r-curve length ヲ $dS_1, dS_2, \cdots\cdots, dS_{n-1}$ デ表ハストキハ $dS_i = q\, ds_i$ ニシテ

$$\frac{1}{\rho_i}\frac{dS_i}{dS} = \frac{ds_i}{dS} \qquad (i = 1, 2, \cdots\cdots, n-1)$$

トオキ此ノ $\rho_i$ ヲ curve C ノ $q$ ニ於ケル $i$ 番目ノ radius of relative curvature ト定義スル。

$\xi_2 = -x$ トオキ、此ノ $\xi_2$ ヲ relative principal normal ト呼ビ、$n$ 個ノ fundamental vectors ノ中普通ノ principal normal ノ代リニ r-principal normal ヲトリ他ノ $n-1$ 個ノモノハソノママトスル。其ノ $n-1$ 個ハ orthogonal system ヲナシテヰルモノヲトリ、之等ヲ $\xi_1, \xi_3, \cdots\cdots, \xi_n$ デ表ハス、$\xi_1$ ハ tangent ノ方向ヲ表ハス.

$$\xi_k = \frac{\bar{\xi}_k}{q}, \qquad \bar{\xi}_k^2 = 1, \quad (k = 1, 3, \cdots\cdots, n)$$

$$\frac{d\xi_2}{dS} = \xi_2' = -\left(\frac{\xi_1}{\rho_1} + \frac{\xi_3}{\rho_3} + \cdots\cdots + \frac{\xi_n}{\rho_n}\right)$$

之ハ普通ノ Frenet-Serret ノ公式ノ第2式ニ對應スルモノデアル。

以上ノコトヲ基礎ニシテ relative differential geometry ノ space curve ノ理論ヲ一般ニ論ズルコトガ出來ル、又之レニヨッテ曲面論モ次ノ如ク論ジラレル。

$n$次元ノ space ニ於ケル $n-1$次元ノ surface ト前ニ於ケルEノ surface normal ガ互ニ一致スル樣ナ点ヲ對應セシメル。

$$(\mathfrak{q}\, d\mathfrak{y})^2 = g_{ik}\, du^i du^k, \quad (i, k = 1, 2, \cdots\cdots, n-1)$$

$$g_{ik} = \mathfrak{q}^2 (\mathfrak{y}_{u^i}\, \mathfrak{y}_{u^k}).$$

ヲ第一ノ fundamental form ニトル、之ハ $d\mathfrak{y}$ ナル方向ニ於ケル普通ノ geodesic ノ $r$-curve length ヲ與ヘルモノデアル. relative minimum curves ハ普通ノモノト一致スルコトガワカル。

$$\mathfrak{X} = -\mathfrak{x}$$

トオイテ $\mathfrak{X}$ ヲ relative surface normal ト呼ブ。

$$-\mathfrak{q}^2 (d\mathfrak{X}\, d\mathfrak{y}) = \mathcal{D}_{ik}\, du^i du^k,$$

$$\mathcal{D}_{ik} = \mathfrak{q}^2 (\mathfrak{y}_{u^i}\, \mathfrak{X}_{u^k})$$

ヲ第二ノ fundamental form ニトル。

尚第三ノ form トシテ

$$\mathfrak{q}^2 (d\mathfrak{X})^2 = G_{ik}\, du^i du^k$$

ヲトリ以下普通ノ幾何ノ如ク論ゼラレル。

詳細ハ近ク発表スル筈デアル。

——（終）——